

## Die Aufgaben für die 1. Runde des Bundeswettbewerbs Mathematik 2023

### Aufgabe 1

Tick, Trick und Track haben jeweils 20, 23 und 25 Tickets für das Karussell auf dem Jahrmarkt in Entenhausen. Sie vereinbaren, dass sie nur alle drei gemeinsam fahren, wofür jeder von ihnen eines seiner Tickets abgeben muss. Außerdem können sie vor einer Fahrt, wenn sie möchten, Tickets nach folgender Regel beliebig oft untereinander umverteilen: Wenn einer eine gerade Anzahl von Tickets besitzt, kann er die Hälfte seiner Tickets an einen beliebigen der anderen beiden abgeben.

Kann es passieren, dass nach irgendeiner Fahrt

- genau einer kein Ticket mehr hat,
- genau zwei kein Ticket mehr haben,
- alle Tickets abgegeben sind?

Anmerkung: Die Richtigkeit der drei Ergebnisse ist zu beweisen.

### Aufgabe 2

Bestimme alle Tripel  $(x, y, z)$  ganzer Zahlen, die die Gleichung  $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 3$  erfüllen.

Anmerkung: Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

### Aufgabe 3

Gegeben sind zwei Parallelogramme  $ABCD$  und  $AECF$  mit gemeinsamer Diagonale  $AC$ , wobei  $E$  und  $F$  im Inneren des Parallelogramms  $ABCD$  liegen.

Zeige:

Die Umkreise der Dreiecke  $AEB$ ,  $BFC$ ,  $CED$  und  $DFA$  haben einen Punkt gemeinsam.

### Aufgabe 4

Gegeben ist eine reelle Zahl  $\alpha$ , in deren Dezimaldarstellung  $\alpha = 0, a_1 a_2 a_3 \dots$  jede Nachkommaziffer  $a_i (i=1, 2, 3, \dots)$  eine Primzahl ist. Die Nachkommaziffern werden entlang des in nebenstehender Abbildung durch Pfeile angedeuteten, nach rechts und nach unten unendlich fortgesetzt zu denkenden Weges angeordnet. Für jedes  $m \geq 1$  wird die Dezimaldarstellung einer reellen Zahl  $z_m$  gebildet, indem vor das Komma die Ziffer 0 und nach dem Komma die von links nach rechts gelesene Ziffernfolge der  $m$ -ten Zeile von oben aus nebenstehender Anordnung geschrieben wird. In analoger Weise werden für alle  $n \geq 1$  die reellen Zahlen  $s_n$  mit den von oben nach unten zu lesenden Ziffern der  $n$ -ten Spalte von links gebildet.

So ist z. B.  $z_3 = 0, a_5 a_6 a_7 a_{12} a_{23} a_{28} \dots$  und  $s_2 = 0, a_2 a_3 a_6 a_{15} a_{18} a_{35} \dots$ .

Zeige:

- Wenn  $\alpha$  rational ist, dann sind alle  $z_m$  und alle  $s_n$  rational.
- Die Umkehrung der in (a) formulierten Aussage ist falsch.



Neugierig?

Schau Dir unser Video an.

**Nicht vergessen:**  
Einsendeschluss  
6. März 2023

Bitte die Teilnahmebedingungen und die wichtigen Hinweise auf der Rückseite beachten!

### Adresscoupon 2023

Bitte in Druckbuchstaben ausfüllen und oben links auf den Umschlag aufkleben

#### ABSENDERIN / ABSENDER

Name \_\_\_\_\_ Vorname \_\_\_\_\_  
 Straße / Nr. \_\_\_\_\_ Bundesland \_\_\_\_\_  
 PLZ / Ort \_\_\_\_\_  
 Derzeitige Klassenstufe (als Zahl) \_\_\_\_\_  Gruppenarbeit Anzahl Seiten \_\_\_\_\_  
 Bearbeitete Aufgaben  Aufgabe 1  Aufgabe 2  Aufgabe 3  Aufgabe 4  
**SCHULE**  
 Schulname \_\_\_\_\_ Bundesland \_\_\_\_\_  
 PLZ / Ort \_\_\_\_\_

### Teilnahmecoupon 2023

Bitte alle Felder in Druckbuchstaben ausfüllen und den Coupon der Arbeit beilegen

#### TEILNEHMERIN / TEILNEHMER

Name \_\_\_\_\_ Vorname \_\_\_\_\_  
 Straße / Nr. \_\_\_\_\_ Bundesland \_\_\_\_\_  
 PLZ / Ort \_\_\_\_\_ Bundesland \_\_\_\_\_  
 Telefon \_\_\_\_\_ Geburtsdatum \_\_\_\_\_  
 E-Mail \_\_\_\_\_  
 Derzeitige Klassenstufe (als Zahl) \_\_\_\_\_  Männlich  Weiblich  Divers  
 Die eingereichte Arbeit umfasst \_\_\_\_\_ Seiten  
 Gruppenarbeit Anzahl Gruppenmitglieder \_\_\_\_\_  
 Bearbeitete Aufgaben  Aufgabe 1  Aufgabe 2  Aufgabe 3  Aufgabe 4  
**Selbstständigkeitserklärung:**  
 Ich versichere, dass ich / die Gruppe alle beigefügten Lösungen selbstständig gefunden und ausgearbeitet habe / hat. Ich stimme den Teilnahmebedingungen (siehe Rückseite) zu.  
 Datum \_\_\_\_\_ Unterschrift \_\_\_\_\_  
**ANSCHRIFT DER SCHULE**  
 Schulname \_\_\_\_\_ Bundesland \_\_\_\_\_  
 Straße / Nr. \_\_\_\_\_  
 PLZ / Ort \_\_\_\_\_

# Teilnahmebedingungen und Hinweise im Überblick

Wir freuen uns auf Deine Teilnahme! Zur Vorbereitung stehen Aufgaben und Lösungen aus früheren Wettbewerbsläufen auf unserer Webseite [www.bundeswettbewerb-mathematik.de](http://www.bundeswettbewerb-mathematik.de) zum Herunterladen bereit.

**Nicht vergessen:**  
Einsendeschluss  
6. März 2023

## Erste Runde

- **Teilnahmeberechtigung:** Mitmachen kannst Du als Schülerin oder Schüler jeder Klassenstufe einer Schule in Deutschland, die zur Hochschulreife führt. Für deutsche Auslandsschulen gelten spezielle Regelungen, die Du im Merkblatt auf unserer Webseite findest. Deine eingereichte Arbeit muss zu mindestens einer der vier Aufgaben eine Lösung enthalten.
- **Gruppenarbeit:** In der 1. Runde sind Gruppenarbeiten zugelassen. Dabei darfst Du mit bis zu zwei anderen Teilnahmeberechtigten gemeinsam eine Arbeit einreichen. Wird Eure Gruppenarbeit mit einem Preis ausgezeichnet, erlangt damit jedes Mitglied Eurer Gruppe einzeln die Teilnahmeberechtigung für die 2. Runde. Ab der 2. Runde ist der Bundeswettbewerb Mathematik ein Einzelwettbewerb.
- **Selbstständigkeitsverpflichtung:** Mit Deiner Teilnahme verpflichtest Du Dich bzw. verpflichtest Deine Gruppe sich zur selbstständigen Arbeit gemäß der Selbstständigkeitserklärung, die Du auf dem Teilnahmecoupon unterschreiben musst. Die Verpflichtung zur Selbstständigkeit gilt schon für die Phase der Lösungsfindung und nicht erst für die endgültige Formulierung. **Diskussionen von Lösungswegen, insbesondere im Internet, sind nicht zulässig.** Ein begründeter Verdacht auf Verstoß gegen die Selbstständigkeitsverpflichtung führt zum Ausschluss vom Wettbewerb.
- **Bewertung:** Hast Du mindestens drei der vier Aufgaben richtig gelöst, erhältst Du einen Preis. Mit einer richtig gelösten Aufgabe erhältst Du eine Anerkennungsurkunde.
- **Einsendeschluss: 6. März 2023** (Datum des Poststempels). Verspätet abgesendete Arbeiten können nicht in das Korrekturverfahren einbezogen werden. Über das Ergebnis werden alle Teilnehmenden im Juni 2023 informiert.

## Die weiteren Runden

- **2. Runde:** Wer in der 1. Runde einen Preis erhält, darf an der 2. Runde teilnehmen. Auch wenn Du nach der 1. Runde Deine Schulausbildung beendet hast, bist Du mit einem Preis zur Teilnahme berechtigt.
- **3. Runde:** Erhältst Du in der 2. Runde einen 1. Preis, darfst Du an der 3. Runde teilnehmen.

## Hinweise zur Lösungsdarstellung

- Bei der Darstellung der Lösung musst Du alle wesentlichen Zwischenschritte aufführen und begründen. Dabei ist es wichtig, dass diese logisch und vollständig sind. Eine Korrektur der Arbeit soll ohne Anfertigung zusätzlicher Skizzen und ohne Ergänzen von Umformungsschritten möglich sein.
- Umständliche und unnötig breite Ausführungen sowie Beweise und Überlegungen, die zur Lösung der gestellten Aufgabe nicht erforderlich sind, wirken sich negativ auf die Bewertung aus.
- Hilfsmittel wie Taschenrechner, Computer oder Literatur darfst Du benutzen, musst sie aber angeben. **Die wesentlichen Schritte und Resultate Deiner eingereichten Arbeit müssen ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.**
- Du darfst im Schulunterricht nicht gebräuchliche Sätze und Formeln verwenden, wenn diese seit längerer Zeit unter einem Namen in einschlägigen Büchern oder im Internet zu finden sind und es für sie einen Beweis gibt, der von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern verstanden werden kann. Warum ein Satz im betreffenden Zusammenhang korrekt angewendet werden kann, muss erklärt werden.

## Hinweise zur formalen Umsetzung

- Die Lösungen müssen (am besten mit einem Computer) gut lesbar auf DIN A4-Blätter aufgeschrieben werden. Schwer lesbare Arbeiten können von der Bewertung ausgeschlossen werden.
- Deine Einsendung darf die Farben Rot und Grün nicht enthalten.
- Achte auf einen ausreichend breiten Rand von fünf Zentimetern.
- Beschreibe Deine Blätter nur einseitig. Schreibe auf alle Blätter oben rechts Deinen Namen und nummeriere sie durch.

## Hinweise zum Versand

- Auf dem Aufgabenblatt findest Du einen Adresscoupon und einen Teilnahmecoupon. Beide musst Du vollständig ausfüllen und ausschneiden.
- Den Teilnahmecoupon und damit insbesondere die Erklärung, dass Du selbstständig gearbeitet hast, musst Du unterschreiben.
- Bei Gruppenarbeiten muss jedes Gruppenmitglied einen eigenen Teilnahmecoupon ausfüllen und beilegen. Es genügt aber der Adresscoupon eines Gruppenmitglieds als Ansprechperson, die Ihr unter Euch festlegt.
- Deine Lösungen versendest Du in einem DIN C4-Umschlag ohne Pappücken. Dieses Maß ist wichtig, da die Einsendungen in die Versandumschläge passen müssen, in denen sie weiterverschickt werden. Deinen ausgefüllten Adresscoupon klebst Du oben links auf die Rückseite des Umschlags, wenn der Verschluss rechts ist.
- Vergiss nicht, einen Scan oder eine Kopie Deiner Arbeit anzufertigen und zu behalten, da wir Deine Einsendung nicht zurückschicken können.
- Bitte verwende keine Klarsichthüllen, Mappen, Büroklammern oder Tackernadeln. Die Blätter legst Du lose und zusammen mit dem ausgefüllten Teilnahmecoupon in den Umschlag. Bei Gruppenarbeiten legt Ihr von jedem Gruppenmitglied einen ausgefüllten Teilnahmecoupon bei.
- Wenn Du wissen möchtest, ob Deine Einsendung angekommen ist, lege eine frankierte und an Dich selbst adressierte Postkarte bei, sodass wir Dir eine Bestätigung zurücksenden können.
- Zum Schluss klebst Du den Umschlag zu, frankierst ihn ausreichend und sendest ihn an

Bundeswettbewerb Mathematik  
Bildung & Begabung gGmbH  
Kortrijker Straße 1 • 53177 Bonn

## Allgemeines

- Die von der Korrekturkommission getroffene Preisentscheidung ist endgültig. Der Rechtsweg ist in allen drei Runden ausgeschlossen.
- Deine Einsendung geht in das Eigentum des Wettbewerbs über und wird nicht zurückgeschickt. Einsendungen auf elektronischem Weg sind grundsätzlich nicht möglich.
- Mit der Teilnahme wird der Erhebung, Speicherung und Verarbeitung der persönlichen Daten zur Durchführung des Wettbewerbs zugestimmt. Für die Speicherdauer kann jederzeit von allen in der Datenschutzgrundverordnung aufgeführten erweiterten Rechten von Betroffenen Gebrauch gemacht werden. Nach Abschluss der Arbeiten zum Wettbewerbslauf werden sämtliche erhobenen Daten gelöscht.



So klappt's!

Die Teilnahmebedingungen gibt es auch als Video.