

## Die Aufgaben für die 1. Runde des Bundeswettbewerbs Mathematik 2022

### Aufgabe 1

Fünf Eichhörnchen haben zusammen einen Vorrat von 2022 Nüssen. Am ersten Tag kommen 2 Nüsse hinzu, am zweiten Tag 4 Nüsse, am dritten 6 Nüsse und so weiter, d. h. an jedem weiteren Tag kommen jeweils 2 Nüsse mehr hinzu als am Tag zuvor. Am Ende irgendeines Tages teilen die Eichhörnchen den Vorrat untereinander auf. Ist es möglich, dass dabei alle gleich viele Nüsse erhalten und keine Nuss übrig bleibt?

Anmerkung: Die Nüsse bleiben beim Verteilen ganz. Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

### Aufgabe 2

Eva zeichnet zunächst ein gleichseitiges Dreieck und seine Höhen. In einem ersten Schritt zeichnet sie dann das Mittendreieck des gleichseitigen Dreiecks ein, im zweiten Schritt das Mittendreieck dieses Mittendreiecks und so weiter. Nach jedem Schritt zählt Eva alle Dreiecke, deren Seiten vollständig auf gezeichneten Strecken liegen. Wie viele Mittendreiecke muss sie mindestens eingezeichnet haben, damit die Figur mehr als 2022 solche Dreiecke enthält?

Hinweise: Das Mittendreieck eines Dreiecks besteht aus den Verbindungsstrecken der Mittelpunkte der Seiten. Vor dem Einzeichnen des ersten Mittendreiecks findet man mehr als 6 solche Dreiecke.

Anmerkung: Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

### Aufgabe 3

Ein Kreis  $k$  berührt einen größeren Kreis  $K$  von innen im Punkt  $P$ . Der Punkt  $Q$  sei ein von  $P$  verschiedener Punkt auf  $k$ . Die Tangente an  $k$  im Punkt  $Q$  schneidet  $K$  in den Punkten  $A$  und  $B$ . Beweise, dass die Gerade  $PQ$  den Winkel  $\angle APB$  halbiert.

### Aufgabe 4

Für jede positive ganze Zahl  $k$  sei  $a_k$  der größte Teiler von  $k$ , der nicht durch 3 teilbar ist. Die Folge  $(s_n)$  wird definiert durch  $s_n := a_1 + a_2 + \dots + a_n$ . Beweise:

- Die Zahl  $s_n$  ist genau dann durch 3 teilbar, wenn die Anzahl der Einsen in der Darstellung von  $n$  im Dreiersystem durch 3 teilbar ist.
- Es gibt unendlich viele Zahlen  $n$ , für die  $s_n$  durch  $3^3$  teilbar ist.

Hinweis: Es ist z.B.  $s_6 = 1 + 2 + 1 + 4 + 5 + 2$ .

**Nicht vergessen!**  
Einsendeschluss  
7. März 2022



**Mach mit!**

Schau Dir unser Video an.

Bitte die Teilnahmebedingungen und die wichtigen Hinweise auf der Rückseite beachten!

### Adresscoupon 2022

Bitte in Druckbuchstaben ausfüllen und oben links auf den Umschlag aufkleben

**ABSENDER**

Name  Vorname

Straße / Nr.  PLZ / Ort

Derzeitige Klassenstufe (als Zahl)   Gruppenarbeit Anzahl Seiten

Bearbeitete Aufgaben  Aufgabe 1  Aufgabe 2  Aufgabe 3  Aufgabe 4

**SCHULE**

Schulname

PLZ / Ort  Bundesland

### Teilnahmecoupon 2022

Bitte alle Felder in Druckbuchstaben ausfüllen und den Coupon der Arbeit beilegen

**TEILNEHMER**

Name  Vorname

Straße / Nr.  PLZ / Ort

Telefon  Geburtsdatum

E-Mail

Derzeitige Klassenstufe (als Zahl)   Männlich  Weiblich  Divers

Die eingereichte Arbeit umfasst  Seiten  Gruppenarbeit Anzahl Gruppenmitglieder

Bearbeitete Aufgaben  Aufgabe 1  Aufgabe 2  Aufgabe 3  Aufgabe 4

**Selbstständigkeitserklärung:**

Ich versichere, dass ich / die Gruppe alle beigefügten Lösungen selbstständig gefunden und ausgearbeitet habe / hat.

Ich stimme den Teilnahmebedingungen (siehe Rückseite) zu.

Datum  Unterschrift

**ANSCHRIFT DER SCHULE**

Schulname

Straße / Nr.

PLZ / Ort  Bundesland

# Teilnahmebedingungen und Hinweise im Überblick

Vielen Dank für Dein Interesse an unserem Wettbewerb. Zur Vorbereitung stehen Aufgaben und Lösungen aus früheren Wettbewerbsläufen auf unserer Webseite [www.bundeswettbewerb-mathematik.de](http://www.bundeswettbewerb-mathematik.de) zum Herunterladen bereit.

**Nicht  
vergessen:  
Einsendeschluss  
7. März 2022**

## Erste Runde

- **Teilnahmeberechtigung:** Mitmachen kannst Du als Schülerin oder Schüler jeder Klassenstufe einer Schule in Deutschland, die zur Hochschulreife führt. Die für Deutsche Auslandsschulen geltenden Einschränkungen findest Du im Merkblatt auf unserer Webseite. Deine eingereichte Arbeit muss eine Lösung zu mindestens einer der vier Aufgaben enthalten.
- **Gruppenarbeit:** In der 1. Runde sind Gruppenarbeiten zugelassen. Dabei darfst Du mit bis zu zwei anderen Teilnahmeberechtigten gemeinsam eine Arbeit einreichen. Wird Eure Gruppenarbeit mit einem Preis ausgezeichnet, erlangt damit jedes Mitglied Eurer Gruppe einzeln die Teilnahmeberechtigung für die 2. Runde. Ab der 2. Runde ist der Bundeswettbewerb Mathematik ein Einzelwettbewerb.
- **Selbstständigkeitsverpflichtung:** Die auf dem Teilnahmecoupon abgedruckte Selbstständigkeitserklärung musst Du unterschreiben. Die Verpflichtung zur Selbstständigkeit gilt schon für die Phase der Lösungsfindung und nicht erst für die endgültige Formulierung. **Diskussionen von Lösungswegen insbesondere im Internet sind nicht zulässig.** Ein begründeter Verdacht auf Verstoß gegen die Selbstständigkeitsverpflichtung führt zum Ausschluss vom Wettbewerb.
- **Bewertung:** Hast Du mindestens drei der vier Aufgaben richtig gelöst, erhältst Du einen Preis. Mit einer richtig gelösten Aufgabe erhältst Du eine Anerkennungsurkunde.
- **Einsendeschluss: 7. März 2022** (Datum des Poststempels). Verspätet abgesendete Arbeiten können nicht in das Korrekturverfahren einbezogen werden. Über das Ergebnis werden alle Teilnehmenden im Juni 2022 informiert.

## Die weiteren Runden

- **2. Runde:** Wer in der 1. Runde einen Preis erhält, darf an der 2. Runde teilnehmen. Auch wenn Du nach der 1. Runde Deine Schulausbildung beendet hast, bist Du mit einem Preis zur Teilnahme berechtigt.
- **3. Runde:** Erhältst Du in der 2. Runde einen 1. Preis, darfst Du an der 3. Runde teilnehmen.

## Hinweise zur Lösungsdarstellung

- Bei der Darstellung der Lösung musst Du alle wesentlichen Zwischenschritte aufführen und begründen. Dabei ist es wichtig, dass diese logisch und vollständig sind. Eine Korrektur der Arbeit soll ohne Anfertigung zusätzlicher Skizzen und ohne Ergänzen von Umformungsschritten möglich sein.
- Umständliche und unnötig breite Ausführungen sowie Beweise und Überlegungen, die zur Lösung der gestellten Aufgabe nicht erforderlich sind, wirken sich negativ auf die Bewertung aus.
- Hilfsmittel wie Taschenrechner, Computer oder Literatur darfst Du benutzen, musst sie aber angeben. **Die wesentlichen Schritte und Resultate Deiner eingereichten Arbeit müssen ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.**
- Du darfst im Schulunterricht nicht gebräuchliche Sätze und Formeln verwenden, wenn diese seit längerer Zeit unter einem Namen in einschlägigen Büchern oder im Internet zu finden sind und es für sie einen Beweis gibt, der von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern verstanden werden kann. Warum ein Satz im betreffenden Zusammenhang korrekt angewendet werden kann, muss erklärt werden.

## Hinweise zur formalen Umsetzung

- Die Lösungen müssen (am besten mit einem Computer) gut lesbar auf DIN A4-Blätter aufgeschrieben werden. Schwer lesbare Arbeiten können von der Bewertung ausgeschlossen werden.
- Deine Einsendung darf die Farben Rot und Grün nicht enthalten.
- Achte auf einen ausreichend breiten linken Rand von fünf Zentimetern.
- Beschreibe Deine Blätter nur einseitig, nummeriere alle Blätter durch und schreibe oben rechts Deinen Namen darauf.

## Hinweise zum Versand

- Auf dem Aufgabenblatt findest Du einen Adresscoupon und einen Teilnahmecoupon. Beide musst Du vollständig ausfüllen und ausschneiden.
- Den Teilnahmecoupon und damit insbesondere die Erklärung, dass Du selbstständig gearbeitet hast, musst Du unterschreiben.
- Bei Gruppenarbeiten muss jedes Gruppenmitglied einen eigenen Teilnahmecoupon ausfüllen und beilegen. Es genügt aber der Adresscoupon eines Gruppenmitglieds als Ansprechperson, die Ihr unter Euch festlegt.
- Deine Lösungen versendest Du in einem DIN C4-Umschlag ohne Pappücken. Dieses Maß ist wichtig, da die Einsendungen weiterverschickt werden und in die Versandumschläge passen müssen. Deinen ausgefüllten Adresscoupon klebst Du oben links auf die Rückseite des Umschlags, wenn der Verschluss rechts ist.
- Vergiss nicht, einen Scan oder eine Kopie Deiner Arbeit anzufertigen und zu behalten, da wir Deine Einsendung nicht zurückschicken können.
- Bitte verwende keine Klarsichthüllen, Mappen, Büroklammern oder Tackernadeln. Die Blätter legst Du lose und zusammen mit dem ausgefüllten Teilnahmecoupon in den Umschlag. Bei Gruppenarbeiten legt ihr von jedem Gruppenmitglied einen ausgefüllten Teilnahmecoupon bei.
- Wenn Du wissen möchtest, ob Deine Einsendung angekommen ist, lege eine frankierte und an Dich selbst adressierte Postkarte bei, sodass wir Dir eine Bestätigung zurücksenden können.
- Zum Schluss klebst Du den Umschlag zu, frankierst ihn ausreichend und sendest ihn an

Bundeswettbewerb Mathematik  
Bildung & Begabung gGmbH  
Kortrijker Straße 1 • 53177 Bonn

## Allgemeines

- Die von der Korrekturkommission getroffene Preisentscheidung ist endgültig. Der Rechtsweg ist in allen drei Runden ausgeschlossen.
- Deine Einsendung geht in das Eigentum des Wettbewerbs über und wird nicht zurückgeschickt. Einsendungen auf elektronischem Weg sind nicht möglich.
- Mit der Teilnahme wird der Erhebung, Speicherung und Verarbeitung der persönlichen Daten zur Durchführung des Wettbewerbs zugestimmt. Für die Speicherdauer kann jederzeit von allen in der Datenschutzgrundverordnung aufgeführten erweiterten Rechten von Betroffenen Gebrauch gemacht werden. Nach Abschluss der Arbeiten zum Wettbewerbslauf werden sämtliche erhobenen Daten gelöscht.



**So klappt's mit der Teilnahme!**

Die Teilnahmebedingungen gibt es auch als Video.