

Die Aufgaben der 2. Runde 2019

Aufgabe 1

120 Piraten verteilen unter sich 119 Goldstücke. Danach kontrolliert der Kapitän, ob irgendeiner der Piraten 15 oder mehr Goldstücke hat. Wenn er den ersten solchen findet, muss dieser alle seine Goldstücke anderen Piraten geben, wobei er keinem mehr als ein Goldstück geben darf. Diese Kontrolle wird wiederholt, solange es irgendeinen Piraten mit 15 oder mehr Goldstücken gibt. Endet dieser Vorgang in jedem Fall nach endlich vielen Kontrollen?



Aufgabe 2

Bestimme den kleinstmöglichen Wert der Summe $S(a,b,c) = \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b}$, wobei a, b, c drei positive reelle Zahlen mit $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ sind.



Aufgabe 3

Gegeben sei das Dreieck ABC mit $\overline{AC} > \overline{BC}$ und Inkreis k . Weiter seien M, W und L die Punkte auf der Geraden AB , die die Seitenhalbierende bzw. Winkelhalbierende bzw. Höhe von C mit der Geraden AB gemeinsam haben. Diejenige Tangente an k durch M , die verschieden von AB ist, berühre k in T .

Beweise, dass die Winkel $\angle MTW$ und $\angle TLM$ gleich groß sind.



Aufgabe 4

Beweise: Für keine ganze Zahl $k \geq 2$ liegen zwischen $10k$ und $10k + 100$ mehr als 23 Primzahlen.

