

Die Aufgaben der 1. Runde 2019

Aufgabe 1

Ein 8×8 -Schachbrett wird mit 32 Dominosteinen der Größe 1×2 vollständig und überschneidungsfrei bedeckt.

Beweise: Es gibt stets zwei Dominosteine, die ein 2×2 -Quadrat bilden.



Aufgabe 2

Die Buchstaben A, C, F, H, L und S stehen für sechs nicht notwendigerweise verschiedene Ziffern im Dezimalsystem, wobei $S \neq 0$ und $F \neq 0$ ist. Aus ihnen werden die sechststelligen Dezimaldarstellungen $SCHLAF$ und $FLACHS$ zweier Zahlen gebildet.

Beweise: Die Differenz dieser beiden Zahlen ist genau dann durch 271 teilbar, wenn $C = L$ und $H = A$ gilt.



Aufgabe 3

Im Quadrat $ABCD$ werden auf der Seite BC der Punkt E und auf der Seite CD der Punkt F so gewählt, dass $\angle EAF = 45^\circ$ gilt und weder E noch F Eckpunkte des Quadrates sind. Die Geraden AE und AF schneiden den Umkreis des Quadrates außer im Punkt A noch in den Punkten G bzw. H .

Beweise, dass die Geraden EF und GH parallel sind.



Aufgabe 4

In der Dezimaldarstellung von $\sqrt{2} = 1,4142\dots$ findet Isabelle eine Folge von k aufeinander folgenden Nullen, dabei ist k eine positive ganze Zahl.

Beweise: Die erste Null dieser Folge steht frühestens an der k -ten Stelle nach dem Komma.

