BUNDESWETTBEWERB MATHEMATIK
Bildung & Begabung

Die Aufgaben der 2. Runde 2017

Aufgabe 1

Von den natürlichen Zahlen 1, 2, 3, ... , $n + 1$ soll man eine streichen und die übrigen so in einer Folge $a_1, a_2, \dots, a_n$ anordnen, dass von den n Zahlen $|a_1 - a_2|$, $|a_2 - a_3|$, ... , $|a_{n-1} - a_n|$, $|a_n - a_1|$ keine zwei gleich sind.
Für welche natürlichen Zahlen $n \geq 4$ ist dies möglich?

Aufgabe 2

In einem konvexen regulären 35-Eck sind 15 Ecken rot gefärbt. Gibt es bei jeder solchen Färbung unter den 15 roten Ecken drei Ecken, die ein gleichschenkliges Dreieck bilden?

Aufgabe 3

Gegeben ist ein Dreieck mit den Seitenlängen a, b und c, dem Inkreismittelpunkt I und dem Schwerpunkt S.
Beweise: Wenn $a + b = 3c$ gilt, dann ist $S \neq I$ und die Gerade SI steht senkrecht auf einer der Seiten des Dreiecks.

Aufgabe 4

Eine natürliche Zahl nennen wir *heinersch*, wenn sie sich als Summe einer positiven Quadratzahl und einer positiven Kubikzahl darstellen lässt.
Beweise: Es gibt unendlich viele heinersche Zahlen, deren Vorgänger und deren Nachfolger ebenfalls heinersch sind.