BUNDESWETTBEWERB MATHEMATIK
Bildung & Begabung

Die Aufgaben der 2. Runde 2016

Aufgabe 1

Mit n verschiedenen Zahlen kann man bekanntlich auf $\frac{n(n-1)}{2}$ Arten Summen von je zwei verschiedenen von ihnen bilden.

Für welche n $(n \geq 3)$ gibt es n verschiedene ganze Zahlen, für die diese Summen $\frac{n(n-1)}{2}$ aufeinander folgende Zahlen sind?

Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

Aufgabe 2

Beweise, dass es unendlich viele positive ganze Zahlen gibt, die sich nicht als Summe aus einer Dreieckszahl und einer Primzahl darstellen lassen.

Anmerkung: Unter einer Dreieckszahl versteht man eine Zahl der Form $\frac{k(k+1)}{2}$, wobei k eine positive ganze Zahl ist.

Aufgabe 3

Bestimme alle Funktionen f, die für alle reellen Zahlen außer $1/3$ und $-1/3$ definiert sind und die für jede solche Zahl x die Gleichung $f\left(\frac{x+1}{1-3x}\right)+f(x)=x$ erfüllen.

Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

Aufgabe 4

Jede Seitenfläche eines regulären Dodekaeders liegt in einer eindeutig bestimmten Ebene. Diese Ebenen zerteilen den Raum in eine endliche Anzahl von disjunkten Raumteilen. Bestimme deren Anzahl.

Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

Anmerkung: Die Ebenen selbst oder Teile davon zählen nicht als eigenständige Raumteile.