

Die Aufgaben der 1. Runde 2016

Aufgabe 1

Gegeben ist die mit 2016 Nullen geschriebene Zahl $101010\dots0101$, in der sich die Ziffern 1 und 0 abwechseln. Beweise, dass diese Zahl keine Primzahl ist.



Aufgabe 2

Gegeben ist ein Dreieck ABC mit Flächeninhalt 1. Anja und Bernd spielen folgendes Spiel: Anja wählt einen Punkt X auf der Seite BC, dann wählt Bernd einen Punkt Y auf der Seite CA und schließlich Anja einen Punkt Z auf der Seite AB; dabei dürfen X, Y und Z keine Eckpunkte des Dreiecks ABC sein. Anja versucht hierbei, den Flächeninhalt des Dreiecks XYZ möglichst groß zu machen, Bernd dagegen möchte diesen Flächeninhalt möglichst klein halten.

Welchen Flächeninhalt hat das Dreieck XYZ am Ende des Spiels, wenn beide optimal spielen?



Aufgabe 3

Auf einem Kreis liegen die Punkte A, B, C und D in dieser Reihenfolge. Die Sehnen AC und BD schneiden sich im Punkt P, die Senkrechten auf AC im Punkt C bzw. auf BD im Punkt D schneiden sich im Punkt Q.

Beweise, dass die Geraden AB und PQ senkrecht aufeinander stehen.



Aufgabe 4

In einer Klasse sind 33 Kinder. Jedes Kind schreibt an die Tafel, wie viele andere Kinder in der Klasse den gleichen Vornamen tragen wie es selbst. Danach schreibt jedes Kind an die Tafel, wie viele andere Kinder in der Klasse den gleichen Nachnamen haben wie es selbst. Als sie fertig sind, kommt unter den 66 Zahlen an der Tafel jede der Zahlen $0, 1, 2, \dots, 10$ mindestens einmal vor.

Beweise, dass in der Klasse mindestens zwei Kinder den gleichen Vor- und Nachnamen tragen.

Anmerkung: In dieser Klasse hat jedes Kind genau einen Vornamen und genau einen Nachnamen.

