

## Die Aufgaben der 1. Runde 2015

### Aufgabe 1

Zwölf 1-Euro-Münzen werden flach so auf einen Tisch gelegt, dass ihre Mittelpunkte die Ecken eines regelmäßigen 12-Ecks bilden und sich benachbarte Münzen berühren.

Zeige, dass sich weitere sieben 1-Euro-Münzen in das Innere dieses Rings aus Münzen flach auf den Tisch legen lassen.



### Aufgabe 2

Eine Summe aus 335 paarweise verschiedenen positiven ganzen Zahlen hat den Wert 100 000.

- Wie viele ungerade Summanden müssen in dieser Summe mindestens vorkommen?
- Wie viele ungerade Summanden können es höchstens sein?

Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.



### Aufgabe 3

Im Dreieck  $ABC$  sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $AB$ . An den Strahl  $[AB$  wird in  $A$  der Winkel  $\angle ACM$  angetragen, an den Strahl  $[BA$  in  $B$  der Winkel  $\angle MCB$ ; dabei wird die Drehrichtung jeweils so gewählt, dass die freien Schenkel auf der gleichen Seite von  $AB$  wie der Punkt  $C$  liegen.

Beweise, dass sich die freien Schenkel auf der Geraden  $CM$  schneiden.

Anmerkung: Mit *Strahl*  $[XY$  (in manchen Lehrbüchern auch *Halbgerade*  $[XY$  genannt) wird derjenige Teil der Geraden  $XY$  bezeichnet, der aus der Strecke  $XY$  zusammen mit ihrer geradlinigen Verlängerung über  $Y$  hinaus besteht.



### Aufgabe 4

Das soziale Netzwerk "BWM" hat viele Mitglieder. Man weiß: Wählt man irgendwelche vier Mitglieder davon aus, dann ist immer eines von diesen vier Mitgliedern mit den drei anderen befreundet.

Ist dann unter irgend vier Mitgliedern immer eines, das mit allen Mitgliedern von "BWM" befreundet ist?

Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

Anmerkung: Wenn Mitglied  $A$  mit Mitglied  $B$  befreundet ist, dann ist auch Mitglied  $B$  mit Mitglied  $A$  befreundet.

