



Die Aufgaben der 2. Runde 2011

Aufgabe 1

Beweise, dass man ein Quadrat nicht in endlich viele Sechsecke zerlegen kann, deren Innenwinkel alle kleiner als 180° sind.

Aufgabe 2

Beweise: Sind für eine positive ganze Zahl n sowohl $3n+1$ als auch $10n+1$ Quadratzahlen, dann ist $29n+11$ keine Primzahl.

Aufgabe 3

Bei einer Wettbewerbsvorbereitung mit mehr als zwei teilnehmenden Mannschaften spielen je zwei von ihnen höchstens einmal gegeneinander.

Beim Betrachten des Spielplans stellt sich heraus:

- (1) Wenn zwei Mannschaften gegeneinander spielen, dann gibt es keine weitere Mannschaft, die gegen sie beide spielt.
- (2) Wenn zwei Mannschaften nicht gegeneinander spielen, dann gibt es stets genau zwei andere Mannschaften, die gegen sie beide spielen.

Beweise, dass alle Mannschaften die gleiche Anzahl von Spielen bestreiten.

Aufgabe 4

In einem Tetraeder $ABCD$, das nicht entartet und nicht notwendig regulär ist, haben die Seiten AD und BC die gleiche Länge a , die Seiten BD und AC die gleiche Länge b , die Seite AB die Länge c_1 und die Seite CD die Länge c_2 . Es gibt einen Punkt P , für den die Summe der Abstände zu den Eckpunkten des Tetraeders minimal ist.

Bestimme diese Summe in Abhängigkeit von den Größen a , b , c_1 und c_2 .