

Die Aufgaben der 1. Runde 2010

Aufgabe 1

Gibt es eine positive ganze Zahl n , für die die Zahl $\underbrace{1 \dots 1}_{n \text{ Einsen}} \underbrace{21 \dots 1}_{n \text{ Einsen}}$ eine Primzahl ist?

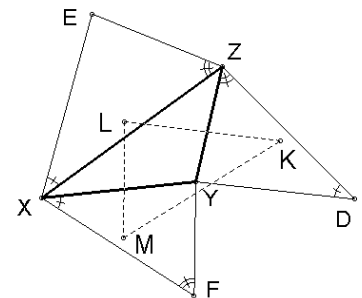
Aufgabe 2

Gegeben sind 9999 Stäbe mit den Längen $1, 2, \dots, 9998, 9999$. Die Spieler Anja und Bernd entfernen abwechselnd je einen der Stäbe, wobei Anja beginnt. Das Spiel endet, wenn nur noch drei Stäbe übrig bleiben. Lässt sich aus diesen ein nicht entartetes Dreieck bilden, so hat Anja gewonnen, andernfalls Bernd. Wer kann den Gewinn erzwingen?

Aufgabe 3

Über den Seiten eines Dreiecks XYZ werden nach außen hin zueinander ähnliche Dreiecke YDZ , EXZ und YXF aufgesetzt; ihre Umkreismittelpunkte seien K , L bzw. M . Dabei sind $\angle ZDY = \angle ZXE = \angle FXY$ und $\angle YZD = \angle EZX = \angle YFX$.

Man zeige, dass das Dreieck KLM zu den aufgesetzten Dreiecken ähnlich ist.



Aufgabe 4

Bestimme alle Zahlen, die sich auf genau 2010 Arten als Summe von Zweierpotenzen mit nicht negativen ganzen Zahlen als Exponenten darstellen lassen, wobei in jeder der Summen jede Zweierpotenz höchstens dreimal als Summand auftreten darf. Dabei sind zwei Darstellungen als gleich anzusehen, wenn sie sich nur in der Reihenfolge ihrer Summanden unterscheiden. Eine Summe kann hier auch aus nur einem Summanden bestehen.