



Die Aufgaben der 1. Runde 2009

Aufgabe 1

Bei der 202-stelligen Quadratzahl $\underbrace{9 \dots 9}_{100 \text{ Neunen}} z \underbrace{0 \dots 0}_{100 \text{ Nullen}} 09$ ist die Ziffer z an der 102-ten Dezimalstelle von rechts nicht lesbar.
Ermittle eine mögliche Ziffer, die dort stehen kann!

Aufgabe 2

Zu zwei positiven reellen Zahlen a und b sei $m(a,b)$ die kleinste der drei Zahlen a , $\frac{1}{b}$ und $\frac{1}{a} + b$.
Für welche Zahlenpaare (a,b) ist $m(a,b)$ maximal?

Aufgabe 3

Ein Punkt P im Innern des Dreiecks ABC wird an den Mittelpunkten der Seiten BC , CA und AB gespiegelt; die Bildpunkte werden mit P_a , P_b bzw. P_c bezeichnet.
Beweise, dass sich die Geraden AP_a , BP_b und CP_c in einem gemeinsamen Punkt schneiden!

Aufgabe 4

Eine positive ganze Zahl heiße *Dezimal-Palindrom*, wenn ihre Dezimaldarstellung $z_n \dots z_0$ mit $z_n \neq 0$ spiegelsymmetrisch ist, d.h., wenn $z_k = z_{n-k}$ für alle $k = 0, \dots, n$ gilt.
Zeige, dass jede nicht durch 10 teilbare ganze Zahl ein positives Vielfaches besitzt, das ein Dezimal-Palindrom ist!