



Die Aufgaben der 1. Runde 2008

Aufgabe 1

Fritz hat mit Streichhölzern gleicher Länge die Seiten eines Parallelogramms gelegt, dessen Ecken nicht auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Er stellt fest, dass in die Diagonalen genau 7 bzw. 9 Streichhölzer passen.

Wie viele Streichhölzer bilden den Umfang des Parallelogramms?

Aufgabe 2

Man stelle die Zahl 2008 so als Summe natürlicher Zahlen dar, dass die Addition der Kehrwerte der Summanden die Zahl 1 ergibt.

Aufgabe 3

Man beweise folgende Aussage:

In einem spitzwinkligen Dreieck ABC schneiden sich die Winkelhalbierende w_α , die Seitenhalbierende s_b und die Höhe h_c genau dann in einem Punkt, wenn w_α , die Seite BC und der Kreis um den Höhenfußpunkt H_c durch die Ecke A einen Punkt gemeinsam haben.

Aufgabe 4

In einem ebenen Koordinatensystem stehen auf Punkten mit ganzzahligen Koordinaten vier Spielsteine. Sie können nach folgender Regel gezogen werden: Ein Stein kann auf eine neue Position gezogen werden, wenn in der Mitte zwischen seiner alten und neuen Position einer der übrigen Steine liegt.

Zu Beginn stehen die vier Spielsteine auf den Punkten $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$ und $(1,1)$. Kann man nach endlich vielen Zügen erreichen, dass die vier Steine auf je einem der Punkte $(0,0)$, $(1,1)$, $(3,0)$ und $(2,-1)$ stehen?