

Die Aufgaben der 2. Runde 2007

Aufgabe 1

Für welche Zahlen n gibt es eine positive ganze Zahl k mit folgender Eigenschaft:
Die Zahl k hat die Quersumme n und die Zahl k^2 hat die Quersumme n^2 ?

Aufgabe 2

Am Anfang eines Spiels liegen r rote und g grüne Steine auf einem Tisch. Anja und Bernd ziehen abwechselnd nach folgenden Regeln, wobei Anja beginnt:

Wer am Zug ist, wählt eine Farbe und entfernt k Steine dieser Farbe. Dabei muss k ein Teiler der augenblicklichen Anzahl der Steine der anderen Farbe sein. Wer den letzten Stein wegnimmt, ist Gewinner.

Wer kann den Gewinn erzwingen?

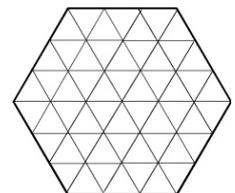
Aufgabe 3

Für eine Menge E von Punkten des dreidimensionalen Raumes sei $L(E)$ die Menge aller Punkte, die auf Geraden durch zwei verschiedene Punkte aus E liegen.

Es sei T die Menge der Eckpunkte eines regulären Tetraeders. Aus welchen Punkten besteht die Menge $L(L(T))$?

Aufgabe 4

Ein regelmäßiges Sechseck sei, wie im Bild dargestellt, durch Parallelen zu seinen Seiten in 54 kongruente gleichseitige Dreiecke zerlegt. In der entstehenden Figur gibt es dann genau 37 Punkte, die Ecken wenigstens eines der Dreiecke sind. Diese Punkte werden irgendwie von 1 bis 37 nummeriert.



Ein Dreieck heiße *uhrig*, wenn man von der Ecke mit der kleinsten Nummer im Uhrzeigersinn laufend zuerst zu der Ecke mit der mittleren Nummer und dann zu der Ecke mit der höchsten Nummer gelangt.

Man beweise, dass mindestens 19 der 54 Dreiecke uhrig sind.