



Die Aufgaben der 1. Runde 2006

Aufgabe 1

Man finde zwei aufeinander folgende positive ganze Zahlen, deren Quersummen beide durch 2006 teilbar sind.

Aufgabe 2

Man beweise, dass es keine ganzen Zahlen x und y gibt, für die die Gleichung $x^3 + y^3 = 4 \cdot (x^2y + xy^2 + 1)$ gilt.

Aufgabe 3

Für die Seitenlängen a , b und c eines Dreiecks gelte die Beziehung $a^2 + b^2 > 5c^2$. Man beweise, dass dann c die Länge der kürzesten Seite ist.

Aufgabe 4

Ein quadratisches Blatt Papier liegt auf dem Tisch. Es wird schrittweise in mehrere Teile zerschnitten: Bei jedem Schritt wird ein Teil vom Tisch genommen und durch einen geraden Schnitt in zwei Teile zerlegt; diese beiden Teile werden auf den Tisch zurückgelegt.

Man bestimme die kleinste Anzahl an Schritten, mit denen man erreichen kann, dass sich auf dem Tisch unter den Teilen wenigstens 100 Zwanzigecke befinden.

Anmerkung: In den Aufgaben 1 und 4 ist die Richtigkeit der Resultate zu beweisen.