



Die Aufgaben der zweiten Runde 2001

Aufgabe 1

Zehn Ecken eines regelmäßigen 100-Ecks seien rot und zehn andere blau gefärbt. Man beweise: Unter den Verbindungsstrecken zweier roter Punkte gibt es mindestens eine, die genauso lang ist wie eine der Verbindungsstrecken zweier blauer Punkte.

Aufgabe 2

Man gebe für jede natürliche Zahl n zwei ganze Zahlen p_n und q_n mit folgender Eigenschaft an:

Für genau n verschiedene ganze Zahlen x ist $x^2 + p_n x + q_n$ das Quadrat einer natürlichen Zahl.

Bemerkung: Die Menge der natürlichen Zahlen ist $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Aufgabe 3

Gegeben sei ein Dreieck ABC .

Die Punkte A' , B' und C' liegen auf den Seiten BC bzw. CA bzw. AB so, dass $\overline{A'B'} = \overline{B'C'} = \overline{C'A'}$ und $\overline{AB'} = \overline{BC'} = \overline{CA'}$ gilt.

Man beweise, dass das Dreieck ABC gleichseitig ist.

Aufgabe 4

In einem Quadrat Q der Seitenlänge 500 liegt ein Quadrat R der Seitenlänge 250. Man beweise:

Auf dem Rand von Q lassen sich stets zwei Punkte A und B so wählen, dass die Strecke AB mit R keinen Punkt gemeinsam hat und ihre Länge größer als 521 ist.