



## Die Aufgaben der zweiten Runde 2000

### Aufgabe 1

Gegeben ist ein Satz von  $n$  Gewichtsstücken ( $n > 3$ ) mit den Massen  $1, 2, 3, \dots, n$  Gramm. Man bestimme alle Werte von  $n$ , für die eine Zerlegung in drei Haufen gleicher Masse möglich ist.

### Aufgabe 2

Man beweise: Für jede ganze Zahl  $n$  ( $n \geq 2$ ) gibt es  $n$  verschiedene natürliche Zahlen mit der Eigenschaft, dass für irgend zwei dieser Zahlen  $a$  und  $b$  die Summe  $a+b$  durch die Differenz  $a-b$  teilbar ist.

### Aufgabe 3

Durch jede Ecke eines (nicht notwendigerweise regulären) Tetraeders und die Mittelpunkte der drei von dieser Ecke ausgehenden Kanten wird eine Kugel gelegt. Man beweise, dass es einen Punkt gibt, der auf allen vier Kugeln liegt.

### Aufgabe 4

Man betrachte Summen der Form  $\sum_{k=1}^n e_k k^3$  mit  $e_k \in \{-1, 1\}$ .

Gibt es eine solche Summe mit dem Wert 0, wenn

- $n = 2000$ ,
- $n = 2001$  ist?