

Die besondere Herausforderung für Mathematikbegeisterte: Drei Aufgaben vom Bundeswettbewerb Mathematik

Für alle, die sich gerne mit anspruchsvollen mathematischen Problemen auseinandersetzen, hat der Aufgabenausschuss des Bundeswettbewerbs Mathematik drei besonders "knackige" Aufgaben zum Jubiläum zusammengestellt. Wir freuen uns über Lösungseinsendungen zu einer, zwei oder sogar allen drei Aufgaben per E-Mail bis zum 15.11.2020 an info@bundeswettbewerb-mathematik.de oder an unsere Postadresse in Bonn. Unter den richtigen Lösungen werden fünf Überraschungspakete mit den schönsten Preisen aus 50 Jahren Bundeswettbewerb Mathematik verlost. Besondere Lösungen werden auf der Webseite des Wettbewerbs veröffentlicht.

Aufgabe 1

Bestimme alle Lösungen der Gleichung $b^m + b^n = q^2$, wobei b, m, n, q positive ganze Zahlen sind. Nach Möglichkeit soll dabei auf den Gebrauch der Catalanschen Vermutung verzichtet werden.

➤ Bei dieser Aufgabe handelt es sich um eine Verallgemeinerung von Aufgabe 1 in der ersten Runde des Bundeswettbewerbs Mathematik 2020.

Aufgabe 2

Die Kreiszahl π kann durch Intervallschachtelung bestimmt werden, wobei Unter- und Obergrenze der verwendeten Intervalle die Umfänge von ein- und umbeschriebenen regelmäßigen n -Ecken sind. Dabei wird in Schulbüchern oft ohne Beweis angenommen:

Der Umfang einer konvexen Figur ist nicht größer als die Länge eines sie umschreibenden Polygonzugs.

Beweise oder widerlege diese Aussage.

Aufgabe 3

Zeige: Im Innern jeden konvexen n -Ecks, $n \geq 5$, gibt es einen Punkt P mit folgender Eigenschaft: Die Summe der Entfernungen von P zu den Ecken ist größer als der Umfang des n -Ecks.

➤ Diese Aufgabe stammt aus dem Aufgabenpool des Bundeswettbewerbs Mathematik. Der Aufgabenausschuss sucht noch nach einer befriedigenden Lösung.

Der Aufgabenausschuss wünscht viel Freude und Erfolg beim Lösen der Aufgaben!